

제 2 교시

수학 영역(나형)

1

5지선다형

1. $3^{\frac{5}{2}} \times 3^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

2. 두 다항식

$$A = 2x^2 - y, B = -x^2 + y$$

에 대하여 $A - B$ 를 간단히 나타낸 것은? [2점]

- ① $x^2 - 2y$ ② $x^2 + y$ ③ $3x^2 - y$
- ④ $3x^2 + y$ ⑤ $3x^2 - 2y$

3. $(2+i)^2$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- ① $2+2i$ ② $2+3i$ ③ $3+3i$ ④ $3+4i$ ⑤ $3+5i$

4. 좌표평면 위의 두 점 $O(0, 0)$, $A(6, 6)$ 에 대하여 선분 OA 를 2:1로 내분하는 점의 x 좌표는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 두 함수 $f(x)=2x+3$ 과 $g(x)=x-2$ 에 대하여 $(g \circ f)(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

6. 모든 실수 x 에 대하여 등식

$$x^3 - 2x^2 - x + 14 = (x+a)(x^2 + bx + 7)$$

이 성립할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. 다항식 $P(x)$ 를 x^2-1 로 나눈 몫은 $2x+1$ 이고 나머지가 5일 때, 다항식 $P(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지는? [3점]

- ① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

8. 함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프가 점 $(9, a)$ 를 지날 때, a 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

수학 영역(나형)

3

9. $0 \leq x \leq 4$ 에서 정의된 이차함수 $f(x) = x^2 - 6x + k$ 의 최댓값이 17일 때, 이차함수 $f(x)$ 의 최솟값은? (단, k 는 상수이다.)

[3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

10. 연립방정식

$$\begin{cases} 3x - y = 0 \\ x^2 + y^2 = 90 \end{cases}$$

의 해를 $x = a, y = b$ 라 할 때, 두 수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

[3점]

- ① 24 ② 27 ③ 30 ④ 33 ⑤ 36

11. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p: |x-a| \leq 1,$$

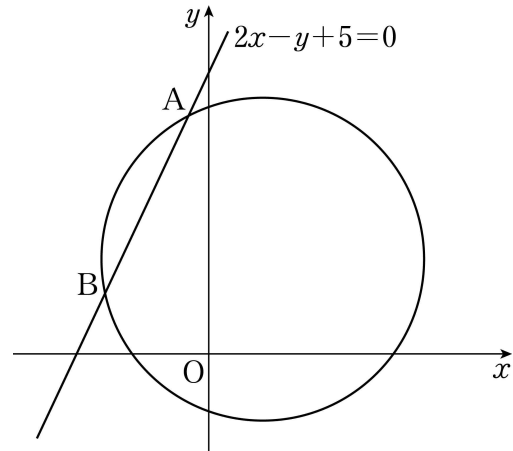
$$q: x^2 - 2x - 8 > 0$$

에 대하여 $p \rightarrow \sim q$ 가 참이 되도록 하는 실수 a 의 최댓값은?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + k = 0$ 과 직선 $2x - y + 5 = 0$ 이 두 점 A, B에서 만난다. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 상수 k 의 값은? [3점]



- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

수학 영역(나형)

5

13. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 $Y = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ 로의 함수 f 를

$$f(x) = (2x^2 \text{의 일의 자리의 숫자})$$

로 정의하자. $f(a) = 2$, $f(b) = 8$ 을 만족시키는 X 의 원소 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

14. 2018 평창 동계 올림픽 대회 및 동계 패럴림픽 대회

자원봉사 포털 사이트에 접속한 사람 중에서 100 명을 대상으로 자원봉사 활동 신청 여부를 조사하였다. 그 결과 동계 올림픽 대회의 자원봉사 활동을 신청한 사람이 51 명, 동계 패럴림픽 대회의 자원봉사 활동을 신청한 사람이 42 명, 두 대회의 자원봉사 활동 중 어느 것도 신청하지 않은 사람이 25 명이다. 두 대회의 자원봉사 활동 중에서 하나만 신청한 사람의 수는?

[4점]

- ① 55 ② 57 ③ 59 ④ 61 ⑤ 63



15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=1$ 이고,

$$\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{a_k} - \frac{1}{a_{k+1}} \right) = \frac{2n}{2n+1} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킨다. a_{10} 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 13 ③ 16 ④ 19 ⑤ 22

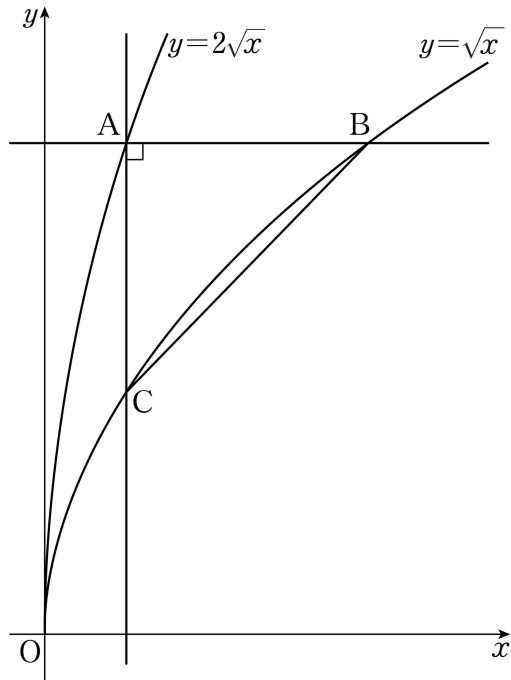
16. 좌표평면에서 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프가 점 $(\sqrt[3]{a}, \sqrt{b})$ 를 지날 때, $\log_a b + \log_b a$ 의 값은? (단, a, b 는 1이 아닌 양수이다.)

[4점]

- ① $-\frac{17}{6}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ $-\frac{5}{2}$ ④ $-\frac{7}{3}$ ⑤ $-\frac{13}{6}$

17. 함수 $y=2\sqrt{x}$ 의 그래프 위의 점 A를 지나고 x 축, y 축에 각각 평행한 직선이 함수 $y=\sqrt{x}$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 삼각형 ACB가 직각이등변삼각형일 때, 삼각형 ACB의 넓이는? (단, 점 A는 제1사분면에 있다.) [4점]

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{15}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{6}$



18. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n k\{k+(k+1)+(k+2)+\dots+n\} = \frac{n(n+1)(n+2)(3n+1)}{24} \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정이다.

(i) $n=1$ 일 때,
(좌변)=1, (우변)=1이므로 (*)이 성립한다.

(ii) $n=m$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m k\{k+(k+1)+(k+2)+\dots+m\} = \frac{m(m+1)(m+2)(3m+1)}{24}$$

이다.

$n=m+1$ 일 때, (*)이 성립함을 보이자.

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{m+1} k\{k+(k+1)+(k+2)+\dots+m+(m+1)\} \\ &= \sum_{k=1}^m k\{k+(k+1)+(k+2)+\dots+m+(m+1)\} + \boxed{\text{(가)}} \\ &= \sum_{k=1}^m k\{k+(k+1)+(k+2)+\dots+m\} + \boxed{\text{(나)}} + \boxed{\text{(가)}} \\ &= \frac{(m+1)(m+2)(m+3)(3m+4)}{24} \end{aligned}$$

따라서 $n=m+1$ 일 때도 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 (*)이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때, $f(4)+g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 34 ② 36 ③ 38 ④ 40 ⑤ 42

19. 두 조건 p, q 의 진리집합이 각각

$$P = \{(x, y) \mid |x| - 1 \leq y \leq 1\},$$

$$Q = \{(x, y) \mid x^2 + (y-a)^2 \leq b^2\}$$

이다. p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 양수 b 의 최댓값은? (단, a 는 실수이다.) [4점]

- ① $\sqrt{2}-1$ ② $2-\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}-2$
 ④ $4-2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}-1$

20. 실수 x 에 대한 부등식

$$x^2 - 9 \leq 2k(x-a)$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, k 는 상수이다.) [4점]

— < 보 기 > —

- ㄱ. $a=3$ 일 때, 부등식의 해는 $x \leq 2k-3$ 이다.
 ㄴ. $a=5$ 일 때, 부등식의 해가 존재하지 않도록 하는 정수 k 의 개수는 7이다.
 ㄷ. $-3 \leq a \leq 3$ 일 때, 모든 실수 k 에 대하여 부등식을 만족시키는 정수 x 의 값은 항상 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수학 영역(나형)

9

21. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $n(A \cup B) = 5$
- (나) $n(A - B) = 2$
- (다) $a \in A$ 이면 $\frac{a+1}{2} \in B$ 또는 $\frac{a+8}{2} \in B$ 이다.

집합 $B - A$ 에 속하는 모든 원소의 합을 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [4점]

- ① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

단답형

22. $\log_2 8$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 이차방정식 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 의 두 근의 합을 구하시오. [3점]

24. 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 + 10x - 12y + 45 = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 원을 C_1 이라 하고, 원 C_1 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원을 C_2 라 하자. 원 C_2 의 중심의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $10a + b$ 의 값을 구하시오. [3점]


25. 함수 $f(x) = \frac{4x+9}{x-1}$ 의 그래프의 점근선이 두 직선 $x = a$, $y = b$ 일 때, $f^{-1}(a+b)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. $a_3 = 3$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

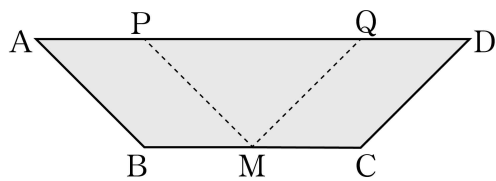
$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n + 3}{2} & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{a_n}{2} & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다. $a_1 \geq 10$ 일 때, $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

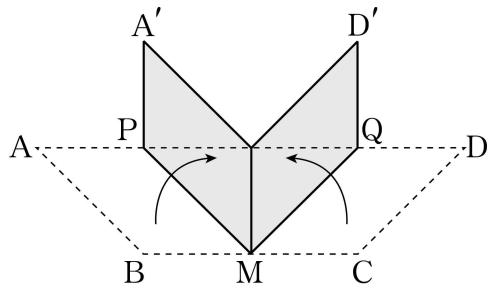
27. [그림 1]과 같이 $\overline{AD}=8$, $\overline{BC}=4$ 이고 높이가 2인

등변사다리꼴 모양의 종이를 접어  모양을 만들려고 한다. 선분 BC의 중점을 M이라 하고, 선분 AD를 1:3으로 내분하는 점을 P, 선분 AD를 3:1로 내분하는 점을 Q라 하자. 선분 PM과 선분 QM을 접는 선으로 하여 두 점 B, C가 선분 AD의 중점에 오도록 종이를 접으면 [그림 2]와 같이 두 점 A, D는 각각 점 A', D'으로 옮겨진다. 점 D'과 직선 A'M 사이의 거리를 d라 할 때, $50d^2$ 의 값을 구하시오. (단, 모든 점은 같은 평면 위에 있고, 종이의 두께는 무시한다.)

[4점]



[그림 1]



[그림 2]

28. 등식

$$64^{\frac{1}{m}} = k \times 81^{\frac{1}{n}}$$

을 만족시키는 자연수 k 가 존재하도록 하는 두 정수 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하시오. [4점]

29. 어느 상점에서 두 원료 P, Q를 혼합하여 두 향수 A, B를 생산, 판매한다. 두 향수 A, B를 각각 1병씩 만드는 데 사용되는 두 원료 P, Q의 양은 다음 표와 같다.

향수	원료 P	원료 Q
A	50 ml	100 ml
B	100 ml	50 ml

원료 P의 구입 비용은 100ml 당 1만 원이고 원료 Q의 구입 비용은 100ml 당 2만 원이다. 한 달에 생산할 수 있는 두 향수 A, B의 병의 개수의 합이 최대 50이고, 한 달에 사용할 수 있는 두 원료 P, Q의 총 구입 비용은 최대 110만 원이다. 향수 A의 판매 가격은 1병당 a 만 원이고, 향수 B의 판매 가격은 1병당 $\frac{9}{10}a$ 만 원이다. 이 상점에서 두 향수 A, B를 한 달 동안 판매한 금액의 합의 최댓값이 376만 원이 되기 위한 a 의 값을 구하시오. [4점]

30. 모든 항이 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 과 1보다 큰 자연수 m 에 대하여 다항식

$$P(x) = a_{m+1}x^m + a_mx^{m-1} + a_{m-1}x^{m-2} + \dots + a_2x + a_1$$

이 있다.

$$P(1) = 5P(-1)$$

을 만족시키는 다항식 $P(x)$ 에서 자연수 m 의 값을 k 라 하자.

다항식 $a_{k+1}x^k + a_kx^{k-1} + \dots + a_2x + a_1$ 이 $x+2$ 로 나누어떨어질

때, $\frac{a_1}{a_{k+1}}$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.