

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. 집합 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 $n(A)$ 의 값은? [2점]
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\sqrt{4} \times \sqrt[3]{8}$ 의 값은? [2점]
① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{n} + \frac{1}{2} \right)$ 의 값은? [2점]

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

4. 세 수 3, -6, a 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, a 의 값은? [3점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

5. 두 함수 $f(x) = \sqrt{x+1} - 3$, $g(x) = x+1$ 에 대하여
 $(g \circ f)(3)$ 의 값은? [3점]
 ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합
 A, B 에 대하여

$$A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 홀수}\}$$

일 때, 집합 $A \cap B^C$ 의 모든 원소의 합은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

7. 함수 $y = \frac{1}{x+3} + 8$ 의 그래프의 점근선은 두 직선 $x = a$,
 $y = b$ 이다. $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

8. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n} = 0$ 일 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2a_n + 1}{a_n + 3} \text{의 값은? [3점]}$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

수학 영역(나형)

3

9. 등식 $\sum_{k=1}^5 \frac{1}{k} = a + \sum_{k=1}^5 \frac{1}{k+1}$ 을 만족시키는 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

10. 다음은 상용로그표의 일부이다.

수	...	7	8	9
...
4.0	...	0.6096	0.6107	0.6117
4.1	...	0.6201	0.6212	0.6222
4.2	...	0.6304	0.6314	0.6325
...

위의 표를 이용하여 구한 $\log \sqrt{419}$ 의 값은? [3점]

- ① 1.3106 ② 1.3111 ③ 2.3106
④ 2.3111 ⑤ 3.3111

11. 등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2x-3}{7}\right)^n$ 이 수렴하도록 하는 정수 x 의 개수는?

[3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

12. $\frac{1}{\log_4 18} + \frac{2}{\log_9 18}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

수학 영역(나형)

5

13. 두 조건 p, q 의 진리집합이 각각

$$P = \{2, 3, a^2\}, Q = \{4, a+1\}$$

이다. 명제 $p \rightarrow q$ 의 역이 참일 때, 실수 a 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

14. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - \sqrt[3]{81}x + a = 0$ 의 두 근이 $\sqrt[3]{3}$ 과 b 일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 6 ② $3\sqrt[3]{9}$ ③ $6\sqrt[3]{3}$
④ 12 ⑤ $6\sqrt[3]{9}$

6

수학 영역(나형)

15. a 가 자연수일 때, 실수 x 에 대한 두 조건

$$p: |x| \geq a,$$

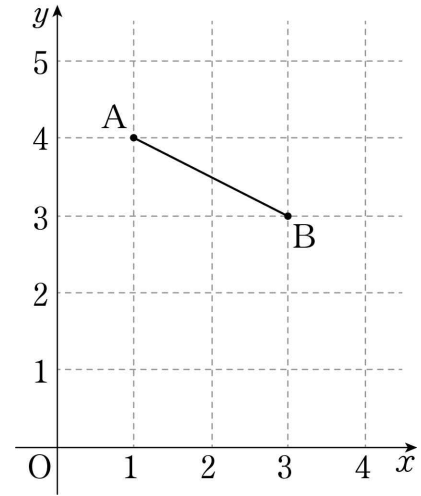
$$q: x(x-3) \leq 0$$

이 있다. p 가 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 a 의 최솟값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 좌표평면에서 두 점 $A(1, 4)$, $B(3, 3)$ 을 이은 선분 AB 와 함수 $y = a\sqrt{x} + b$ 의 그래프가 만나도록 하는 두 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [4점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11



수학 영역(나형)

7

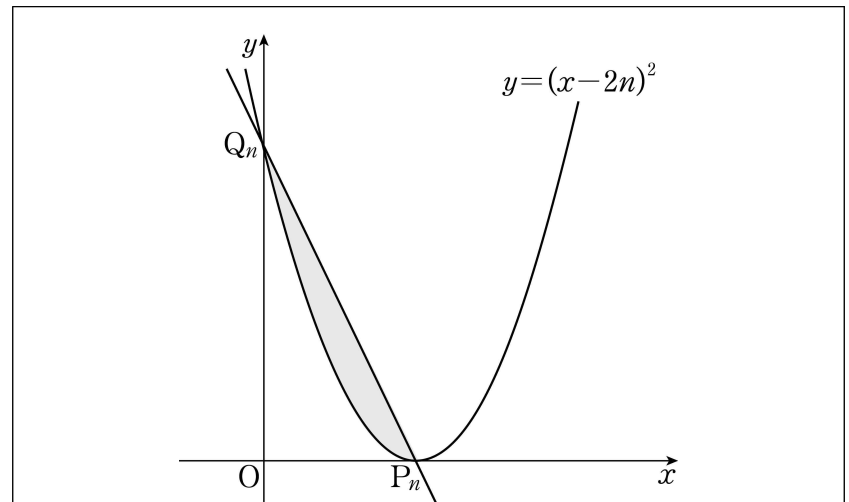
17. 무리함수 $f(x) = \sqrt{ax+b}+1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 와 곡선 $y=g(x)$ 가 점 $(1, 3)$ 에서 만날 때, $g(5)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

18. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=(x-2n)^2$ 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 P_n, Q_n 이라 하자.

두 점 P_n, Q_n 을 지나는 직선과 곡선 $y=(x-2n)^2$ 으로 둘러싸인 영역(경계선 포함)에 속하고 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인

점의 개수를 a_n 이라 하자. 다음은 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^3}$ 의 값을 구하는 과정이다.



두 점 P_n, Q_n 을 지나는 직선의 방정식은

$$y = \boxed{\text{가}} \times x + 4n^2$$

이다.

주어진 영역에 속하는 점 중에서 x 좌표가 k (k 는 $2n-1$ 이하의 자연수)이고 y 좌표가 자연수인 점의 개수는

$$\boxed{\text{나}} + 2nk \text{ 이므로}$$

$$a_n = \sum_{k=1}^{2n-1} (\boxed{\text{나}} + 2nk)$$

이다.

따라서 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^3} = \boxed{\text{다}}$ 이다.

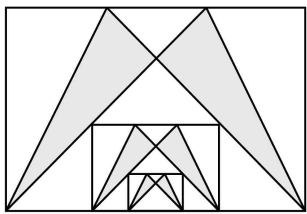
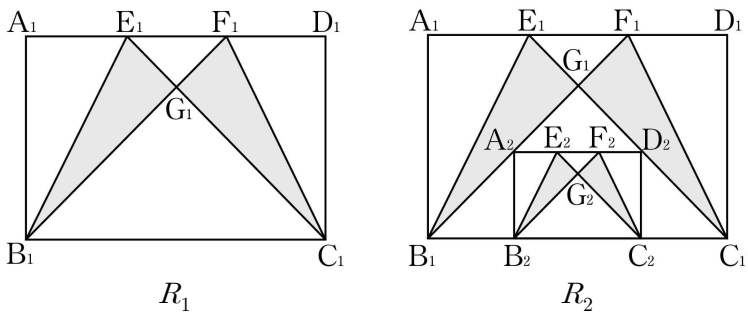
위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(k)$ 라 하고, (다)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $p \times f(3) \times g(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 105 ③ 110 ④ 115 ⑤ 120

19. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=2$, $\overline{B_1C_1}=3$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분 A_1D_1 을 삼등분하는 점 중에서 A_1 에 가까운 점부터 차례대로 E_1, F_1 이라 하고, 선분 B_1F_1 과 선분 C_1E_1 의 교점을 G_1 이라 하자. 삼각형 $B_1G_1E_1$ 과 삼각형 $C_1F_1G_1$ 의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 B_1C_1 위에 두 꼭짓점 B_2, C_2 가 있고, 선분 B_1G_1 위에 꼭짓점 A_2 , 선분 C_1G_1 위에 꼭짓점 D_2 가 있으며 $\overline{A_2B_2} : \overline{B_2C_2} = 2 : 3$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다. 선분 A_2D_2 를 삼등분하는 점 중에서 A_2 에 가까운 점부터 차례대로 E_2, F_2 라 하고, 선분 B_2F_2 와 선분 C_2E_2 의 교점을 G_2 라 하자. 삼각형 $B_2G_2E_2$ 와 삼각형 $C_2F_2G_2$ 의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{141}{80}$
- ② $\frac{143}{80}$
- ③ $\frac{29}{16}$
- ④ $\frac{147}{80}$
- ⑤ $\frac{149}{80}$

20. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 의 일반항이

$$a_n = \frac{(-1)^n + 3}{2}, \quad b_n = p \times (-1)^{n+1} + q$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, p, q 는 실수이다.) [4점]

— < 보 기 > —

- ㄱ. 수열 $\{a_n\}$ 은 발산한다.
- ㄴ. 수열 $\{b_n\}$ 이 수렴하도록 하는 실수 p 가 존재한다.
- ㄷ. 두 수열 $\{a_n + b_n\}, \{a_n b_n\}$ 이 모두 수렴하면 $\lim_{n \rightarrow \infty} \{(a_n)^2 + (b_n)^2\} = 6$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수학 영역(나형)

9

21. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 에 대하여 두 함수 $f: X \rightarrow X$, $g: X \rightarrow X$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(1) = 8$, $f(3) \neq 6$
- (나) 함수 $(g \circ f)(x)$ 는 항등함수이다.
- (다) 집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x) + g(x)$ 의 값은 일정하다.

$(f \circ f \circ f)(7)$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

단답형

22. 첫째항이 10이고 공차가 5인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_3 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\log_2(2^2 \times 2^3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 7$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n + 3S_n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 두 실수 a, b 에 대하여

$$2^a + 2^b = 2, \quad 2^{-a} + 2^{-b} = \frac{9}{4}$$

일 때, 2^{a+b} 의 값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

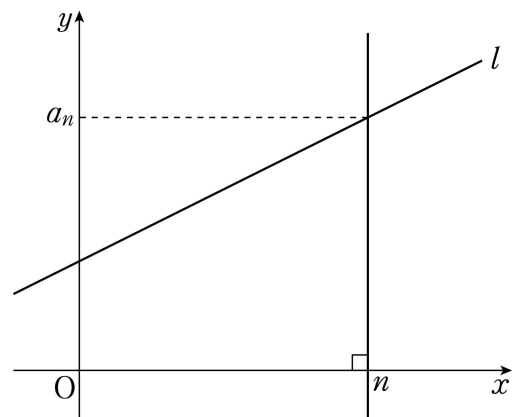
26. 첫째항이 6인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2 - a_n & (a_n \geq 0) \\ a_n + p & (a_n < 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_4 = 0$ 이 되도록 하는 모든 실수 p 의 값의 합을 구하시오. [4점]

27. 어느 학급에서 진로 체험 활동으로 직업 체험과 대학 탐방을 실시하기로 하였다. 이 학급 학생 31명을 대상으로 신청을 받은 결과 직업 체험과 대학 탐방을 모두 신청한 학생은 5명, 직업 체험과 대학 탐방 중 어느 것도 신청하지 않은 학생은 3명이다. 또, 직업 체험을 신청한 학생 수는 대학 탐방을 신청한 학생 수의 2배이다. 직업 체험을 신청한 학생 수를 구하시오. [4점]

28. 좌표평면에 그림과 같이 직선 l 이 있다. 자연수 n 에 대하여 점 $(n, 0)$ 을 지나고 x 축에 수직인 직선이 직선 l 과 만나는 점의 y 좌표를 a_n 이라 하자. $a_4 = \frac{7}{2}$, $a_7 = 5$ 일 때, $\sum_{k=1}^{25} a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 두 명제

‘집합 A 의 모든 원소 x 에 대하여 $x^2 - 3x < 0$ 이다.’,

‘집합 B 의 어떤 원소 x 에 대하여 $x \in A$ 이다.’

가 있다. 두 명제가 모두 참이 되도록 하는 두 집합 A, B 의 모든 순서쌍 (A, B) 의 개수를 구하시오. [4점]

30. n 이 자연수일 때, 함수 $f(x) = \frac{x+2n}{2x-p}$ 이

$$f(1) < f(5) < f(3)$$

을 만족시키도록 하는 자연수 p 의 최솟값을 m 이라 하자.

자연수 n 에 대하여 $p = m$ 일 때의 함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = \frac{2x+n}{x+q}$$

$$g(f(5)) < g(f(3)) < g(f(1))$$

을 만족시키도록 하는 자연수 q 의 개수를 a_n 이라 하자.

$\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.